Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Fakultät für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
Alfred-Weber-Institut für Wirtschaftswissenschaften

Prof. Dr. Zeno Enders
Lehrstuhl für Wirtschaftspolitik

Wirtschaftspolitik
- Modell aus Kapitel 8 -

Dieses Dokument leitet das Neukeynesianische Modell aus Kapitel 8 her. Dies ist eine dynamische Version des statischen Modells aus Kapitel 2, mit zusätzlichen Preis- und Lohnsetzungsfriktionen. Da das Modell dynamisch ist, wird die Erwartungsbildung der Firmen und Haushalte explizit modelliert, die zusammen mit der Zinssetzung der Zentralbank in die Konsum-/Sparentscheidung der Haushalte eingeht. Weitere Erläuterungen zu dem Modell und den Annahmen finden Sie auf den Folien. Die Anwendungen werden im nächsten Dokument behandelt.

Inhaltsverzeichnis

1 Modellaufbau

Das Modell läuft über unendlich viele Perioden. Für unsere Zwecke reicht aber die Betrachtung eines Ausschnittes von drei Perioden, da wir die Reaktion der Volkswirtschaft auf unerwartete Veränderungen von exogenen Variablen (sogenannten Schocks) analysieren werden. Die drei Perioden entsprechen dann der Abfolge „Alter Steady State", „Anpassung nach Schocks" und „Neuer Steady State". Ein Steady State (die beste deutsche Übersetzung ist wohl „Ruhezustand") ist ein Zustand, in dem alle Variablen im Modell von Periode zu Periode gleich bleiben, sofern keine Schocks auftreten. Wir starten – per Annahme – in Periode 0 in einem Steady State und erreichen den neuen Steady State in Periode 2, da sich bis dahin alle Akteure an die Schocks der Periode 1 anpassen konnten und wir annehmen, dass danach keine weiteren Schocks auftreten.

Wir haben weiterhin $Q-$ und $R-$Firmen. Allerdings stehen Q und R hier nicht für jeweils ein Gut, sondern für einen ganzen Sektor, ähnlich der Annahme aus Kapitel 5, dass das $R-$Gut für den ganzen Rest der Ökonomie steht. Innerhalb der beiden Sektoren gibt es viele Wettbewerber, die jeweils miteinander in monopolistischer Konkurrenz stehen (siehe wieder Kapitel 5). Der Haushalt stellt sich also ein Sektor-Bündel Q_t aus $Q-$Gütern und ein Sektor-Bündel R_t aus $R-$Gütern zusammen. Beide kombiniert er zum Konsumbündel C_t. Die Preiselastizität der Nachfrage für jedes einzelnes Gut ist gleichbedeutend mit der Substitutionselastizität zwischen den Gütern eines Sektors. Da es in beiden Sektoren sehr viele Firmen gibt, nehmen diese die Preise der Wettbewerber und den sektoralen Output als gegeben. Eine Preissetzungfriktion verhindert, dass alle Preise in jeder Periode angepasst werden; eine Lohnsetzungsfriktion bewirkt, dass der Lohn eine Periode im Voraus gesetzt werden muss.

2 Haushalt

Weil wir den repräsentativen Haushalt nun über mehrere Perioden betrachten – wir also ein dynamisches Modell haben – kommt auf der Haushaltsseite eine *intertemporale* Entscheidung hinzu: Der Haushalt kann nun in einer Periode auf Konsum verzichten (sparen), um später mehr konsumieren zu können. Analog kann er sich auch Geld leihen, um in dieser Periode mehr zu konsumieren und dafür zur Kreditrückzahlung später auf Konsum zu verzichten. Diese Spar-/Konsumentscheidung, also wie ein Haushalt seinen Konsum auf die Perioden verteilt, hat großen Einfluss auf die Konjunktur. Um diese Entscheidung herzuleiten, benötigen wir zunächst die neue Budgetbeschränkung des Haushalts. Jene berücksichtigt, dass dieser nun die Möglichkeit des Sparens hat, um seinen Konsum in die Zukunft zu verschieben (bzw. über Kredite den Zukunftskonsum nach vorne zu ziehen). Wir nehmen also an, dass es im Hintergrund z.B. Bankkonten und/oder Anleihen gibt, mit denen der Haushalt dies bewerkstelligen kann. Die Budgetbeschränkung für Periode 1 ist also

$$P_1C_1 + B_1 = r_0B_0 + W_1L_1 + \Pi_1 - T_1,$$

wobei B_t das Ersparte aus Periode t darstellt (von *Bonds*, englisch für Anleihen). Dies ist also die Summe, die in Periode t angespart wurde und in Periode $t+1$ inklusive Zinsen ausgezahlt wird. Der Bruttozinssatz, also die Rückzahlung der Anlagesumme plus dem Nettozinssatz, auf Erspartes aus Periode t ist dabei mit r_t gegeben.[1] Der Rest entspricht dem Modell in früheren

[1]Es gilt in diesem Zusammenhang also Bruttozinssatz=1+Nettozinssatz, nicht zu verwechseln mit der Ver-

Kapiteln. P_t ist der Preisindex eines Güterbündels in Periode t, C_t ist die Anzahl der gekauften Konsum-Güterbündel, die aus zwei Sektor-Bündeln der $Q-$ und $R-$Güter bestehen. W_t ist der Lohnsatz in Periode t, L_t die Anzahl der geleisteten Arbeitsstunden. Die eventuellen Profite (oder Verluste) der Unternehmen Π_t werden an die Besitzer, d.h. die Haushalte, ausgeschüttet. T_t stellt Steuern dar, falls positiv, oder Transfers, falls negativ. Die linke Seite der Gleichung repräsentiert also die gesamten Ausgaben, die rechte die Einnahmen abzüglich der Steuer. Für Periode 2 ergibt sich analog

$$P_2C_2 + B_2 = r_1B_1 + W_2L_2 + \Pi_2 - T_2.$$

Die Nutzenfunktion ist bezüglich Konsum wie bisher, allerdings mit $\sigma = 1$. Dies vereinfacht sie zu

$$u = \ln C_t.$$

Hier ist kein Term für das Arbeitsleid in der Nutzenfunktion ($\psi = 0$ in der Nutzenfunktion aus Kapitel 2), da wir zur Vereinfachung annehmen, dass die Haushalte völlig inelastisch immer eine gewisse Anzahl an Arbeitsstunden L arbeiten wollen (z.B. 8 Stunden am Tag). Dies ist eine extreme Form der empirischen Beobachtung, dass die Hauptverdiener einer Familie meist inelastisch Vollzeit arbeiten. Zudem vereinfacht es die folgenden Berechnungen (die qualitativen Ergebnisse würden sich bei einer anderen Nutzenfunktion nicht ändern).

2.1 Intertemporales Maximierungsproblem

Das intertemporale Maximierungsproblem bezieht sich auf die optimale Aufteilung von Konsum auf die einzelnen Perioden. Dazu maximiert der Haushalt den erwarteten Lebensnutzen, also den mit dem persönlichen Diskontfaktor β auf heute diskontierten ewarteten Nutzen in allen zukünftigen Perioden. Dabei muss er als Nebenbedingungen die Budgetbeschränkungen dieser und der zukünftigen Perioden berücksichtigen, jeweils mit einem eigenen Lagrange-Multiplikator λ_t.[2] Die Lagrangefunktion für Periode 1 ergibt sich also als

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = E_1 \Bigg\{ & \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \beta^2 \ln C_3 ... \\ & - \lambda_1 \Big(P_1C_1 + B_1 - r_0B_0 - W_1L_1 - \Pi_1 + T_1 \Big) \\ & - \beta\lambda_2 \Big(P_2C_2 + B_2 - r_1B_1 - W_2L_2 - \Pi_2 + T_2 \Big) \\ & - \beta^2\lambda_3 \Big(P_3C_3 + B_3 - r_2B_2 - W_3L_3 - \Pi_3 + T_3 \Big) \\ & ... \qquad \Bigg\}, \end{aligned} \tag{1}$$

wobei die Punkte ... bedeuten, dass diese Summe jeweils für den Nutzen aus Konsum und den entsprechenden Nebenbedingungen bis in die Unendlichkeit fortgesetzt wird. Da aber der Diskontfaktor β kleiner als eins ist, nimmt das Gewicht β^t auf zukünftige Perioden (für größere t)

wendung der Wörter Brutto und Netto für vor und nach Steuern.

[2] Wie im Modellaufbau erwähnt, läuft das Modell über unendlich viele Perioden. Da der Haushalt hier unendlich lange lebt (bzw. den Nutzen seiner Kinder und Kindeskinder in die Maximierung mit einbezieht), betrachtet er hier alle zukünftigen Perioden. Wir interessieren uns dann aber nur für den resultierenden Konsum in einem Ausschnitt von drei Perioden.

stetig ab und konvergiert gegen Null. Die Entscheidungsvariablen sind C_1 und B_1, also wie viel heute konsumiert und gespart wird. Entscheidungen über zukünftige Variablen werden dann in den entsprechenden zukünftigen Perioden getroffen, also noch nicht heute. Trotzdem wird der erwartete Zukunftskonsum eine Rolle spielen, wie wir sehen werden. Ob er dann auch so wie heute erwartet realisiert wird, hängt von zukünftigen Entwicklungen (also Schocks) ab. Die Entscheidung über C_1 und B_1 wird unter Unsicherheit über diese zukünftigen Entwicklungen getroffen, deswegen steht der Lebensnutzen hinter dem Erwartungsoperator E_1. Alles was diesem Operator folgt, sind also erwartete Variablenausprägungen. Der Index 1 von E_1 besagt dabei, dass die Erwartungen auf den Informationen der Periode 1 basieren. Diese Informationen beinhalten normalerweise alle derzeitigen und vergangen Variablen, so dass $E_1 C_1$ die tatsächliche Realisierung von Konsum in Periode 1 ist, $E_1 C_2$ aber der in Periode 1 erwartete Konsum von Periode 2.

2.2 Bedingungen erster Ordnung

Betrachten wir als erstes die Bedingungen erster Ordnung, die aus der intertemporalen Konsum-/Sparentscheidung resultieren. Bei den Ableitungen der Lagrangefunktion (1) nach C_1 und B_1 (und zwar nur C_1 und B_1, nicht C_2 o.ä.) ist zu beachten, dass B_1 einmal als Ersparnis in der Budgetbedingung von Periode 1 und einmal als Auszahlungsbetrag der Ersparnis aus Periode 1 in der Budgetbedingung von Periode 2 auftaucht:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = \frac{1}{C_1} - \lambda_1 P_1 \equiv 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_1} = -\lambda_1 + \beta E_1 \lambda_2 r_1 \equiv 0, \tag{3}$$

wobei der Erwartungsoperator bei den Variablen aus Periode 1 weggelassen worden ist, da diese zum Zeitpunkt der Entscheidung bekannt sind und man somit ihre tatsächlichen Realisationen einsetzen kann statt der erwarteten Werte. Wie bereits erwähnt, wird über den Konsum in Periode 2 erst in Periode 2 entschieden. Dies geschieht analog zu der Situation in Periode 1 und ergibt als Bedingung erster Ordnung

$$\frac{1}{C_2} \equiv \lambda_2 P_2. \tag{4}$$

2.2.1 Euler Gleichung: Konsum-/Sparentscheidung

Wenn man Gleichungen (2) und (4) nach λ_1 bzw. λ_2 umstellt und diese dann in Gleichung (3) einsetzt, erhält man die so genannte *Euler Gleichung*:

$$\frac{1}{C_1} = \beta E_1 \frac{r_1}{\pi_2} \frac{1}{C_2}, \tag{5}$$

wobei $1/C_t$ der Grenznutzen aus Konsum $\partial u(C_t)/\partial C_t$ in Periode t ist und π_{t+1} die (Brutto-) Inflation P_{t+1}/P_t darstellt.[3] Der Term $E_1 r_1/\pi_2$ ist der *Realzins*.[4] Dieser sagt aus, wie viele Kon-

[3]Wie bei dem Zinssatz gilt hier Bruttoinflation=1+Nettoinflation. Konstante Preise herrschen also bei einer Bruttoinflation von eins. Diese Situation wird oft als Null Inflation bezeichnet, wobei sich Inflation dann auf die Nettoinflation bezieht.

[4]Genauer gesagt ist dies der ex-ante Realzins, der auf der erwarteten Inflation beruht (der Zins ist hier im Voraus bekannt). Dieser ist der relevante Zins für Sparentscheidungen. Der ex-post Zins r_1/π_2, der also auf der

sumeinheiten (d.h. Konsumbündel) man morgen mehr konsumieren kann, wenn man heute eins gespart hat. Konkret: Ein Konsumbündel kostet heute P_1 Euro; verzichtet der Haushalt auf ein Konsumbündel, kann er die gesparten P_1 Euro zu einem Zinssatz von r_1 anlegen. Dafür erhält er nächste Periode $r_1 P_1$ Euro. Für einen Euro kann er morgen $1/P_2$ Bündel kaufen, insgesamt also $r_1 P_1/P_2$. Da die Preise morgen aber heute nicht bekannt sind, muss er seine Sparentscheidung auf die erwartete Inflation begründen: $E_1 r_1 P_1/P_2 = E_1 r_1/\pi_2$. Allerdings liegt der Euler Gleichung nicht die Überlegung zu Grunde, Konsum zwischen den Perioden zu verschieben, sondern *Nutzen*.[5] Schließlich will der Haushalt seinen erwarteten Lebensnutzen maximieren. Aus diesem Grund steht auf beiden Seiten der Euler Gleichung der Grenznutzen aus Konsum $1/C_t$. Also ist im Optimum der Nutzenverlust, den der Haushalt heute durch das Sparen einer Konsumeinheit erleidet ($1/C_1$), gleich dem diskontierten, erwarteten Nutzengewinn, den er aus dem Konsum des Gesparten (inklusive der Zinserträge) morgen haben wird (Diskontfaktor β mal dem Realzins $E_1 r_1/\pi_2$ mal dem (erwarteten) Grenznutzen aus Konsum morgen $1/C_2$, wobei sich der Erwartungsoperator E_1 auf alles folgende bezieht). Wenn dies nicht der Fall wäre, könnte der Haushalt durch verschieben von Konsum seinen erwarteten Lebensnutzen erhöhen. Wenn z.B. der linke Teil (Grenznutzen aus Konsum heute) niedriger wäre als der rechte Teil, würde dies einen relativ hohen Konsum heute signalisieren. Der Haushalt kann also durch Konsumverzicht heute und höheren Konsum morgen seinen erwarteten Lebensnutzen erhöhen, weil dadurch heute wenig Nutzen „verloren” ginge, relativ zu dem dem zusätzlichen Nutzen morgen.

2.2.2 Aufteilung auf Q- und R-Sektoren

Nachdem wir berechnet haben, wir der Haushalt den Konsum auf die einzelnen Perioden aufteilt, wenden wir uns der Frage zu, wie der Haushalt seine Ausgaben auf Güter des $Q-$ und $R-$Sektors aufteilt. Wir machen uns unser Leben hier möglichst einfach und nehmen an, dass das Bündel aus $Q-$Gütern ein perfektes Komplement zu dem Bündel aus $R-$Gütern ist. Das Gesamtbündel C_t besteht also aus diesen beiden Sektor-Bündeln, wobei die Substitutionselastizität (also wieweit man diese Sektor-Bündel miteinander substituieren kann) zwischen diesen beiden Sektor-Bündeln gleich Null ist. Dies ergibt:

$$R_t = Q_t.$$

Mathematisch ergibt sich bei unserer Standard-Nachfragefunktion aus Kapitel 2 zudem, wenn man ε gegen Null laufen lässt, dass

$$R_t = Q_t = C_t + G_t, \tag{6}$$

wobei hier der Staatskonsum G_t schon zur privaten Nachfrage addiert worden ist. Die letzte Formel ist auch intuitiv: wenn beide Sektor-Bündel perfekte Komplemente sind à la linker Schuh und rechter Schuh, dann erhält man aus x linken (R_t) und x rechten (Q_t) Schuhen auch x Konsumbündel C_t, statt $2x$. Deswegen ergibt sich auch der Preisindex für ein aggregiertes Konsumbündel C_t als Summe der Preise für $Q-$ und $R-$Güter, da man beide für ein Bündel erwerben muss:

$$P_t = P_{Q,t} + P_{R,t}. \tag{7}$$

tatsächlich realisierten Inflation basiert, gibt an, wie viel das Sparen im Nachhinein tatsächlich gebracht hat.

[5] Da der Nutzen hier nur aus Konsum stammt, ist dies allerdings fast dasselbe.

2.2.3 Aufteilung auf Güter innerhalb der Sektoren

Der Haushalt stellt sich jeweils ein Sektor-Bündel Q_t aus $Q-$Gütern und ein Sektor-Bündel R_t aus $R-$Gütern zusammen. Dabei substituiert er wie in Kapitel 2 besprochen zwischen den einzelnen Gütern. Die Substitutionselastizität zwischen den einzelnen Gütern bestimmt deswegen den Markup MU, wie er von den Firmen, die innerhalb eines Sektors im monopolistischen Wettbewerb zueinander stehen, gesetzt wird (siehe Kapitel 5).

2.2.4 Arbeitsangebot und Lohnsetzungsfriktion

Wir nehmen hier, wie besprochen, zur Vereinfachung an, dass dem Haushalt kein Arbeitsleid entsteht, so dass er immer die Maximalzahl L an Stunden arbeiten will. Wir nehmen außerdem an, dass der Lohn eine Periode im Voraus gesetzt werden muss.[6] Der Haushalt, bzw. die ihn vertretende Gewerkschaft, hat also ein fixes Arbeitsangebot von L in den Lohnverhandlungen für nächste Periode. Wenn der Lohn dann erstmal gesetzt ist, wird zu diesem Lohn in der nächsten Periode von den Firmen dann eine Menge von Arbeit nachgefragt, die durch unvorhergesehene Entwicklungen (Schocks) von L abweichen kann. Es kann also auch noch mehr als L gearbeitet werden, das wären dann Überstunden. Weniger würde Arbeitslosigkeit entsprechen. Insofern wird nur im Erwartungswert der Zielwert L in der nächsten Periode erreicht:

$$E_t L_{t+1} = L. \tag{8}$$

3 Unternehmen

Da die Unternehmen im monopolistischen Wettbewerb stehen, können wir viele Herleitungen aus Kapitel 5 übernehmen. Wie bisher ist die Produktionsfunktion einer repräsentativen Firma, die im $R-$Sektor tätig ist, gleich

$$R_t = A L_{R,t}^{\alpha}, \tag{9}$$

mit einer symmetrischen Funktion für Firmen im $Q-$Sektor. Wenn die Unternehmen in jeder Periode ihren Preis frei setzen könnten, könnten wir die Formel für den optimalen Preis direkt übernehmen. In diesem Fall müsste keine Firma Erwartungen über zukünftige Entwicklungen bilden. Sie würde in jeder Periode den Preis als einen Aufschlag über die aktuellen Grenzkosten setzen. Eine neue eingeführte Preissetzungsfriktion verhindert jedoch, dass dies jede Periode geschieht.

3.1 Preissetzungsfriktion

Die Preise werden hier als rigide angenommen (engl.: *sticky prices*). Insbesondere nehmen wir an, dass Unternehmen ihren Preis für die gegenwärtige Periode frei wählen können, der dann aber auch für die kommende Periode gilt. Insofern können sie mit ihrem Preis in der nächsten Periode auf keine Schocks reagieren, die zwischen dieser und nächster Periode (bzw. am Anfang der nächsten Periode) auftreten. In der übernächsten Periode können sie dann einen neuen Preis setzen. Die Unternehmen setzen dabei ihre Preise in einer überlappenden Art und

[6] Dies ist empirisch plausibel, da die Lohnverhandlungen zwischen den Tarifparteien jeweils den Lohn für die kommende Zeit festlegen. Zudem vereinfacht es das Modell, da wir nicht die Rückkoppelungen des Preises auf den Lohn in Periode 1 berechnen müssen. Die qualitativen Ergebnisse würden sich nicht ändern bei flexibler Lohnsetzung.

Weise, d.h. die Hälfte der Firmen setzt ihre Preise für die gegenwärtige und die kommende Periode in geraden Perioden ($t = 0, 2, 4...$), die andere Hälfte tut dies in ungeraden Perioden ($t = -1, 1, 3..$). Diese Annahme führt dazu, dass in jeder Periode nur die Hälfte der Firmen ihren Preis neu setzen können. Dadurch kann das Modell die empirische Beobachtung replizieren, dass zu einem gegebenen Zeitpunkt nur ein Teil aller Preise neu gesetzt wird. In der Realität geschieht dies, da es aus diversen Gründen nicht völlig kostenfrei ist, jederzeit seinen optimalen Preis neu zu berechnen und zu setzen. Im Modell vereinfachen wir also dahingehend, dass wir nicht diese Kosten, sondern direkt das Ergebnis der niedrigfrequenten Preisänderungen modellieren. Diese Art der Modellierung geht auf Taylor (1980) zurück. Nehmen wir ohne Verlust von Allgemeingültigkeit an, dass Firmen im $Q-$Sektor ihre Preise in den Perioden $t = -1, 1, 3, ...$ und Firmen im $R-$ Sektor in den Perioden $t = 0, 2, 4, ...$ setzen, siehe Tabelle 1. Für Periode 0 haben die Firmen im $Q-$Sektor ihren Preis also schon in Periode -1 bestimmt.

	Periode 0	Periode 1	Periode 2
$P_{Q,t}$	$\underline{P_{Q,0}}$	$P_{Q,1}$	$\underline{P_{Q,2}}$
$P_{R,t}$	$P_{R,0}$	$\underline{P_{R,1}}$	$P_{R,2}$
W_t	$\underline{W_0}$	$\underline{W_1}$	$\underline{W_2}$

Tabelle 1: Schematische Darstellung der nominalen Friktionen: unterstrichene Variablen werden in der Vorperiode gesetzt.

3.2 Optimale Preissetzung

Firmen im $R-$Sektor müssen in Periode 0 überlegen, wie sie ihren Preis für Periode 0 und Periode 1 setzen. Wir nehmen an, dass die Schocks in Periode 1 unerwartet auftreten. Von daher sind sie den $R-$Firmen, die in Periode 0 ihren Preis für Periode 1 setzen müssen, nicht bekannt zum Zeitpunkt der Preissetzung. Deswegen erwarten sie keine Schocks und der optimale Preis der Periode 0 entspricht dem erwarteten optimalen Preis der Periode 1. Nachdem in Periode 1 die Schocks bekannt geworden sind, kann es sein, dass der Preis dann nicht mehr dem Profitmaximierenden Optimum entspricht, aber die $R-$Firmen können ihren Preis dann nicht mehr ändern. Somit setzen die $R-$Firmen, wie in Kapitel 5 hergeleitet, den Preis für die Perioden 0 und 1 als

$$P_{R,0} = P_{R,1} = MU\frac{W_0}{GP_{R,0}} = MU\, E_0\frac{W_1}{GP_{R,1}}, \tag{10}$$

wobei E_0 den Erwartungsoperator darstellt, der auf den Informationen beruht, die in Periode 0 verfügbar sind. Die Grenzkosten der Periode 0 $W_0/GP_{R,0}$ sind also gleich den erwarteten Grenzkosten der Periode 1. $GP_{R,0}$ ist das Grenzprodukt der Arbeit in Periode 0. Es entspricht, wie üblich, der Ableitung der Produktionsfunktion (9) nach Arbeit und wird durch Technologie und Arbeitseinsatz bestimmt:

$$GP_{R,t} = \alpha A L_{R,t}^{\alpha-1}. \tag{11}$$

Die Firmen im $Q-$Sektor sind mit demselben Preissetzungsproblem konfrontiert, nur zeitversetzt. Das heißt, sie setzen in Periode 1 ihren Preis für die Perioden 1 und 2 basierend auf den dann bekannten Variablen. Dass der Preis für Periode 1 auch für Periode 2 optimal erweist, liegt daran, dass sich für den fixierten Preis $P_{Q,2}$ der Lohn W_2 so anpasst, dass die erwarteten Grenzkosten in Periode 2 gleich den Grenzkosten aus Periode 1 sind. Dies resultiert daraus, dass, wie im nächsten Abschnitt gezeigt, sich der Lohn aus der erwarteten Arbeitsnachfrage und dem erwarteten Arbeitsangebot ergibt. Die Arbeitsnachfrage ist aber gleich der erwarteten Preisfunktion für Periode 2, umgestellt nach Arbeit (die im Grenzprodukt von Arbeit enthalten ist). Anders ausgedrückt: die Firmen beabsichtigen, solange Arbeit einzustellen, bis die Grenzkosten so sind, dass der (fixe) Preis dem gewünschten Aufschlag auf die Grenzkosten entspricht. In den Lohnverhandlungen ergibt sich also der Lohn so, dass diese Relation hält. Insofern erhalten wir hier

$$P_{Q,1} = P_{Q,2} = MU\frac{W_1}{GP_{Q,1}} = MU E_1 \frac{W_2}{GP_{Q,2}}. \tag{12}$$

3.3 Arbeitsnachfrage

Wir nehmen hier, wie üblich, an, dass die Firmen die gesamte nachgefragte Menge herstellen. Wenn sie ihren Preis optimal setzen können, dann tun sie dies so, dass sie einen Aufschlag auf die Grenzkosten verlangen und die entsprechende Menge an Arbeit auf dem Arbeitsmarkt nachfragen. Die Grenzkosten hängen dabei vom Lohn ab, der sich am Schnittpunkt von Arbeitsangebot und Arbeitsnachfrage ergibt. Dies ist die Konstellation im Grundmodell. Hier sind die Preise aber zum Teil rigide, zudem wird der Nominallohn im Voraus gesetzt. Deswegen ergibt sich dieser am Schnittpunkt der *erwarteten* Arbeitsnachfrage und des *erwarteten* Arbeitsangebotes. Letzteres ist durch Gleichung (8) gegeben. Die erwartete Arbeitsnachfrage erhält man, wenn man das Grenzprodukt (11) in den rechten Teil (für Periode 1) der Gleichung (10) einsetzt, und diese dann nach $E_0 L_{R,1}$ auflöst. Dabei ist zu beachten, dass zum Zeitpunkt der Lohnverhandlungen erwartet wird, dass in beiden Sektoren (Q und R) gleichviel Arbeit eingesetzt wird, da die Firmen in beiden Sektoren völlig symmetrisch sind (sie sind es nur dann nicht mehr, wenn in Periode 1 dann Schocks auftreten, auf die die $R-$Firmen nicht reagieren können, die $Q-$Firmen aber schon). Deswegen ist die gesamte Arbeitsnachfrage auch gleich $2E_0 L_{R,1}$. Wenn man diese mit dem erwarteten Arbeitsangebot L gleichsetzt, erhält man den Lohn, der in Periode 0 für Periode 1 gesetzt wird. Diesen müssen wir für unsere Zwecke aber nicht explizit ausrechnen. Mit demselben Prozedere, aber mit Gleichung (12) statt Gleichung (10) erhält man den Lohn, der in Periode 1 für Periode 2 gesetzt wird.

Für die dann tatsächlich nachgefragte Menge Arbeit ist zu beachten, dass die Firmen die Preise im Voraus setzen müssen. Also müssen sie die Menge Arbeit auf dem Arbeitsmarkt nachfragen, die sie bei diesem Preis benötigen, um die dann nachgefragte Menge herzustellen, auch wenn der Preisaufschlag aufgrund von unvorhergesehen Entwicklungen anders ist, als die Firmen dies gerne hätten. Konkretes Beispiel: die Firmen planen einen Preisaufschlag von 20% auf die Grenzkosten und setzen den Preis für die kommende Periode entsprechend. Nun entwickelt sich die Nachfrage aber stärker als erwartet. Also steigen auch die Grenzkosten und der Abstand zwischen dem im Voraus gesetzten Preis und den Grenzkosten wird kleiner als die angepeilten 20%. Die Firma muss damit leben und stellt die Menge an Arbeit ein, die sie für die Produktion benötigt. Diese erhält man, in dem man die Produktionsfunktion (9) (hier im Beispiel für eine Firma aus dem $R-$Sektor) nach Arbeit umstellt:

$$L_{R,t} = (R_t/A)^{1/\alpha},$$

wobei R_t in diesem Fall die nachgefragte Menge darstellt.

4 Staat

Der Staat ist wieder so einfach wie möglich modelliert: er hat ein ausgeglichenes Budget,

$$G_t = T_t,$$

und teilt seine Ausgaben genauso wie der Haushalt auf die $Q-$ und $R-$Sektoren auf, siehe Gleichung (6).

5 Steady State

Im Steady State (Ruhezustand) sind die Variablen über die Zeit konstant, es treten auch keine Schocks auf. Dieser Zustand wird also z.B. in der langen Frist erreicht, wenn sehr lange keine Schocks aufgetreten sind und von daher alle Schwingungen ausgeklungen sind. Da in diesem Zustand die Variablen zu jedem Zeitpunkt gleich sind, markieren wir die Steady-State Werte der Variablen durch einen fehlenden Zeitindex. In unserem Modell wollen wir uns die Auswirkungen von Schocks betrachten, die in Periode 1 auftreten. Und zwar wollen wir diese Auswirkungen isoliert analysieren. Dafür starten wir in Periode 0 in einem Steady State, andernfalls würden die Auswirkungen der Schocks gemischt werden mit dem Ausklingen der Schwingungen, die durch eine Variablensetzung über oder unter dem Steady State in Periode 0 auftreten würden. Da wir uns nur die Auswirkungen der Schocks in Periode 1 angucken wollen, nehmen wir zudem an, dass ab Periode 2 keine weiteren Schocks auftreten. Also befinden wir uns ab Periode 2 wieder in einem neuen Steady State.

5.1 Reale Variablen

Die Werte der Variablen im Steady State sind sehr einfach zu ermitteln: man setzt die Variablen in jeder Periode auf denselben Wert und löst nach diesem auf. Erwartungsoperatoren kann man streichen, weil im Steady State die zukünftigen Variablenwerte – mangels neuer Schocks – bekannt sind (da identisch mit den heutigen). Für die Euler Gleichung (5) ergibt sich also

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \beta \frac{r}{\pi} \frac{1}{C} \\ \Leftrightarrow \beta \frac{r}{\pi} &= 1, \end{aligned}$$

Das heißt, der Realzins passt sich im Steady State so an, dass $C_1 = C_2 = ... = C$. Da im Steady State die erwarteten Variablenwerten den tatsächlichen entsprechen, zeigt uns Gleichung (8) an, dass der Arbeitseinsatz im Steady State gleich L entspricht.[7] Wenn man dies mit der Sektornachfrage (6) und der Produktionsfunktion (9), jeweils für $Q-$ und $R-$Güter, kombiniert, erhält man

$$\begin{aligned} Q = R =& A(L/2)^\alpha = Y = C + G \\ \Leftrightarrow C =& A(L/2)^\alpha - G, \end{aligned} \tag{13}$$

wobei zu beachten ist, dass der gesamte Arbeitseinsatz L im Steady State gleichmäßig auf beide (symmetrische) Sektoren aufgeteilt wird, und von daher $L_Q = L_R = L/2$. Somit sind die realen

[7] Da der von den Haushalten gewünschte Arbeitseinsatz L im Steady State realisiert wird, wurde gleich die Steady State Notation für diesen Wert verwendet.

Variablen (Produktion pro Sektor, Konsum, Arbeitseinsatz und Realzins r/π) im Steady State durch die Technologie A und durch die Arbeitszeitpräferenzen L der Haushalte festgelegt.

5.2 Nominale Variablen

Zusätzlich normalisieren wir die Güterpreise im Steady State, der in Periode 0 vorherrscht. Die Preise aller Güter sind identisch im Steady State, da alle Firmen dieselbe Technologie A haben, denselben Lohn zahlen müssen und auch ansonsten komplett symmetrisch sind. Die absolute Höhe der Preise spielt dabei für die realen Variablen keine Rolle (so wie es für die realen Variablen keine Rolle spielt, ob man wie in Japan sehr hohe nominale Preise in Yen hat oder wie in Großbritannien recht niedrige in Pfund). Von daher setzen wir die Güterpreise im Steady State der Periode 0 auf 1/2:

$$P_{R,0} = P_{Q,0} = \frac{1}{2}, \tag{14}$$

so dass sich für Preisindex $P_0 = 1$ ergibt, siehe Gleichung (9). Anders ausgedrückt: die nominalen Variablen (Preise, Lohn, Nominalzins r, Inflation π) sind im Steady State nicht festgelegt. Sie spielen für die Determination der realen Variablen keine Rolle. Man kann z.B. in der Euler Gleichung (5) den Nominalzins und die Inflation verdoppeln, der Realzins und der Konsum blieben davon unberührt. Dies impliziert auch, dass die Preise und der Nominallohn ab Periode 2 zwar konstant sind (s.o.), aber eventuell anders als in Periode 0. Die realen Variablen sind hingegen in den Steady States der Perioden 0 und 2 gleich.[8]. Das heißt, die anderen Preise, wie z.B. der Lohn, fügen sich so, dass in Periode 2 alle Bedingungen erster Ordnung erfüllt werden. Also ist im Endeffekt auch der Preis der $Q-$Firmen optimal, entspricht also einem Aufschlag über den Grenzkosten.

6 Marktgleichgewicht

Nachdem wir die Bedingungen erster Ordnung hergeleitet haben, brauchen wir diese nur noch zusammenzuführen, um das aus der Interaktion von Angebot und Nachfrage resultierende Gleichgewicht zu berechnen.[9] Als erstes kombinieren wir die Produktionsfunktion (9) mit der sektoralen Güternachfrage (6) zu

$$L_{Q,t} = L_{R,t} = (Q_t/A)^{\frac{1}{\alpha}} = (R_t/A)^{\frac{1}{\alpha}} = (C_t + G_t)^{\frac{1}{\alpha}}\, A^{-\frac{1}{\alpha}} = (Y_t/A)^{\frac{1}{\alpha}}\,. \tag{15}$$

Der Arbeitseinsatz ist in beiden Sektoren gleich, da von beiden Güterarten gleich viel nachgefragt wird (perfekte Komplemente). Wenn man diesen Arbeitseinsatz in das Grenzprodukt (11) einsetzt, und das Ergebnis dann in die Preisetzungsfunktion für die $Q-$Güter in Periode 1,

[8]Dass die nominalen Variablen im Steady State unbestimmt sind, ist übrigens auch der Grund dafür, dass die $Q-$Firmen keinen anderen Preis für Periode 2 als für Periode 1 setzen würden, falls sie denn könnten (siehe Abschnitt 3.2). Wenn die $Q-$Firmen in Periode 1 ihren Preis für Periode 2 setzen, wirkt dieser als ein „nominaler Anker” für Periode 2 (in Periode 0 übernimmt unsere Normalisierung diese Funktion).

[9]Durch die z.T. im Voraus gesetzten Preise und den ebenfalls im Voraus gesetzten Lohn ergibt sich hier allerdings eine Besonderheit: die Firmen, die in dieser Periode ihren Preis nicht verändern können, liefern zu diesem Preis per Annahme die gesamte nachgefragte Menge. Dasselbe gilt für die Haushalte, die für den kurzfristig fixen Lohn die gesamte nachgefragte Arbeit bereitstellen. Für das Gleichgewicht sind also diese kurzfristig völlig elastischen Angebotsfunktionen relevant.

erhält man

$$P_{Q,1} = MU \frac{W_1}{\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}} Y_1^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}. \tag{16}$$

Der Preis hängt im Gleichgewicht also positiv von Lohn (höhere Kosten) und der Produktion (ebenfalls höhere Kosten durch abnehmendes Grenzprodukt von Arbeit) ab. Er hängt negativ von der Technologie ab, da es mit einer besseren Technologie billiger wird, zu produzieren.

Zudem ergibt sich im Gleichgewicht, dass die Ersparnis der Haushalte gleich Null sein muss. Da es nur einen repräsentativen Haushalt gibt, der für unendlich viele identische Haushalte steht, haben alle Haushalte denselben Sparwunsch. Wenn also ein Haushalt sparen will, wollen alle sparen. Deswegen kann kein Haushalt einen anderen Haushalt finden, der das Gesparte als Kredit entgegen nehmen will. Die Variablen müssen sich also im Gleichgewicht so einpendeln, dass der repräsentative Haushalt weder sparen noch einen Kredit aufnehmen will.

6.1 Inflation

Um die Inflation in Periode 1 auszurechnen ($\pi_1 = P_1/P_0$), brauchen wir die allgemeine Definition des Preisindex (7) und die Preise in Periode 0, Gleichung (14):

$$\pi_1 = \frac{P_{Q,1} + P_{R,1}}{P_{Q,0} + P_{R,0}} = P_{Q,1} + P_{R,1}. \tag{17}$$

Nun kann man die Preissetzungsformel für die $Q-$Güter (16) einsetzen, was folgendes ergibt:

$$\pi_1 = MU \frac{W_1}{\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}} Y_1^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + P_{R,1}.$$

Dadurch, dass die $R-$Firmen ihre Preise für Periode 1 in Periode 0 setzen mussten ($P_{R,1} = P_{R,0}$), ist $P_{R,1}$ in Periode 1 fix: die $R-$Firmen können ihren Preis nicht mehr an Entwicklungen in Periode 1 anpassen. Da in Periode 0 die Veränderungen in Periode 1 noch nicht bekannt sind, der Nominallohn für Periode 1 aber schon in Periode 0 gesetzt werden muss, wird er auf den Wert von Periode 0 gesetzt:

$$W_1 = W_0. \tag{18}$$

Im Steady State der Periode 0 wird also erwartet, dass wir in diesem Zustand bleiben (es gibt ja noch keine anderslautenden Informationen) und deswegen wird der Lohn für die Zukunft auch nicht verändert. Von daher ergibt sich

$$\pi_1 = MU \frac{W_0}{\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}} Y_1^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + P_{R,0}.$$

Also hängt die Inflation in Periode 1 positiv von der Produktion (d.h. der Nachfrage, da im Gleichgewicht auf dem Gütermarkt Nachfrage gleich Angebot ist) in Periode 1, und negativ von der Technologie ab. Die positive Abhängigkeit von der Produktion liegt hier an den abnehmenden Grenzprodukt von Arbeit, $\alpha < 1$:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Y_1} = \frac{1-\alpha}{\alpha} MU \frac{W_0}{\alpha A^{\frac{1}{\alpha}}} Y_1^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} > 0.$$

Ökonomisch resultiert diese Abhängigkeit im Modell daher, weil die Kosten steigen, wenn die Produktion ausgeweitet wird. Die letzte eingesetzte Stunde Arbeit ist weniger produktiv als die erste und deswegen muss mehr Arbeit eingesetzt werden, um ein Gut herzustellen. Dies ist in einer kurzfristigen Betrachtung plausibel. Langfristig würde sich der Kapitalstock den eingesetzten Arbeitsstunden anpassen, so dass das Grenzprodukt nach Veränderungen sich wieder dem alten Niveau nähert. Kurzfristig kann der Kapitalstock jedoch nicht allzu schnell verändert werden, so dass es für unser Konjunkturmodell, mit dem wir kurzfristige Entwicklungen betrachten wollen, nicht viel ausmacht, dass wir Kapital weglassen.

6.1.1 Inflationspersistenz

Durch die bisherigen Annahmen können wir noch mehr über die Entwicklung der Inflation über die Zeit herausfinden. Gleichung (14) ergibt zusammen mit den Gleichungen (10) und (17)

$$\pi_1 = P_{Q,1} + \frac{1}{2}. \tag{19}$$

Im neuen Steady State der Periode 2 setzen alle Firmen denselben Preis. Das liegt daran, dass alle denselben Lohn zahlen müssen, dieselbe Technologie benutzen und die Nachfrage auf beide Sektoren gleich aufgeteilt wird. Von daher gilt

$$P_{Q,2} = P_{R,2}.$$

Deswegen können wir die Inflation in Periode 2 schreiben als

$$\pi_2 = \frac{P_{Q,2} + P_{R,2}}{P_{Q,1} + P_{R,1}} = \frac{2P_{Q,1}}{P_{Q,1} + P_{R,1}} = \frac{2}{1 + \frac{P_{R,1}}{P_{Q,1}}} = \frac{2}{1 + \frac{1}{2P_{Q,1}}}, \tag{20}$$

wobei im vorletzten Schritt der Zähler und Nenner durch $P_{Q,1}$ geteilt wurden und im letzten Schritt Gleichung (10) eingesetzt wurde. Wenn man Gleichung (19) nach $P_{Q,1}$ umstellt, erhält man $P_{Q,1} = \pi_1 - 1/2$. Dies in die letzte Gleichung eingesetzt ergibt

$$\pi_2 = \frac{2}{1 + \frac{1}{2\pi_1 - 1}} = \frac{2(2\pi_1 - 1)}{2\pi_1 - 1 + 1} = \frac{2\pi_1 - 1}{\pi_1} = 2 - \frac{1}{\pi_1}.$$

Wir erhalten hier also eine gewissen Inflationspersistenz: wenn die Inflation in Periode 1 über eins lag, es also steigende Preise gab, dann ist sie das auch in Periode 2 noch, da

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial \pi_1} = \frac{1}{\pi_1^2} > 0.$$

Diese Inflationspersistenz tritt auf, weil die $R-$Firmen, die in Periode 1 keine Anpassung vornehmen konnten, in Periode 2 ihre Preise auf das neue Niveau verändern. Wie erwähnt, passen in der Realität nicht alle Firmen gleichzeitig ihre Preise an, sodass dieses „Nachziehen" eine gute Beschreibung der Wirklichkeit ist.

6.2 Nachfrage

Als nächstes leiten wir die Nachfrage (im Gleichgewicht gleich Produktion) her. Die Staatsnachfrage ist exogen durch G_t gegeben, die Gesamtnachfrage durch $Y_t = G_t + C_t$. Die private Konsumnachfrage C_t wird durch die Euler Gleichung (5) determiniert. Wenn wir diese auflösen nach C_1 erhält man

$$C_1 = \frac{C_2}{\beta E_1 r_1/\pi_2} = \frac{C}{\beta E_1 r_1/\pi_2},$$

wobei wir im letzten Schritt berücksichtigt haben, dass die Ökonomie in Periode 2 wieder in einem Steady State ist und Konsum somit durch Gleichung (13) gegeben ist. Hier ergibt sich also ein negativer Effekt des Realzinses $E_1 r_1/\pi_2$ auf die private Nachfrage: wenn es sich durch einen höheren Realzins mehr lohnt zu sparen, fragt der Haushalt weniger Konsumgüter nach:

$$\frac{\partial C_1}{\partial E_1 r_1/\pi_2} = -\frac{C}{(\beta E_1 r_1/\pi_2)^2} < 0.$$

6.3 Arbeitslosigkeit

Wie erwähnt, wird der Nominallohn im Voraus gesetzt. Zu diesem Lohn liefern die Haushalte dann die nachgefragte Menge an Arbeit. Es kann dadurch passieren, dass diese nicht dem eigentlich gewünschten Arbeitsangebot entspricht. Die Haushalte würden also eventuell gerne mehr arbeiten ($L_t < L$, Arbeitslosigkeit) oder weniger ($L_t > L$, Überstunden). Wenn wir Abweichungen des gleichgewichtigen Arbeitseinsatz $L_t = L_{Q,t} + L_{R,t}$ vom gewünschten Arbeitseinsatz L als Arbeitslosigkeit definieren (UE, auf Englisch *Unemployment*; hier gewählt, damit keine Verwechslungsgefahr mit dem AL aus der Produktionsfunktion besteht) und Gleichung (15) berücksichtigen, haben wir folgenden Ausdruck

$$UE_t = L - L_{Q,t} - L_{R,t} = L - 2Y_t^{\frac{1}{\alpha}} A^{-\frac{1}{\alpha}} = L - 2\left(\frac{Y_t}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Eine erhöhte Produktion, bei gleichbleibender Technologie A, reduziert also die Arbeitslosigkeit

$$\frac{\partial UE_t}{\partial Y_t} = -\frac{2}{\alpha}\left(\frac{1}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha}} Y_t^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} < 0.$$

Dies liegt daran, dass die Firmen ihre Preise bei einer niedrigeren Nachfrage nicht wie gewünscht senken können, was die Nachfrage wieder ankurbeln würde. Stattdessen reduzieren sie ihre Produktion und fragen weniger Arbeit nach. Dasselbe gilt symmetrisch für Überstunden.

7 Zusammenfassung

Wir erhalten also folgende Zusammenhänge, die allgemein gelten:

- Der Realzins wirkt sich negativ auf den privaten Konsum und somit—bei gleichbleibender Staatsnachfrage—auch negativ auf die Gesamtnachfrage und das BIP aus.
- Das BIP ist positiv mit der Inflation korreliert.
- Das BIP ist negativ mit der Arbeitslosigkeit korreliert. Dieser Zusammenhang ist als **Okunsches Gesetz** bekannt.
- Die Inflation ist somit negativ mit der Arbeitslosigkeit korreliert. Dieser Zusammenhang wird durch die **Phillips-Kurve** beschrieben.
- Heutige Inflation hängt positiv mit zukünftiger Inflation zusammen, es gibt also eine **Inflationspersistenz**.

Literatur

Taylor, J. (1980). Aggregate dynamics and staggered contracts. *Journal of Political Economy*, 88:1–22.