



# RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG

FAKULTÄT FÜR WIRTSCHAFTS- UND SOZIALWISSENSCHAFTEN  
ALFRED-WEBER-INSTITUT FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN

**PROF. DR. ZENO ENDERS**  
LEHRSTUHL FÜR WIRTSCHAFTSPOLITIK

## WIRTSCHAFTSPOLITIK - MODELLERWEITERUNGEN IN KAPITEL 4-

Dieses Dokument leitet die Modellerweiterungen aus Kapitel 4 her. Weitere Erläuterungen zu den Modellen und den Annahmen finden Sie auf den Folien.

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Nachfragemonopol (Monopson)</b>	<b>2</b>
1.1	Der Fall ohne Marktmacht . . . . .	2
1.2	Der Fall mit Marktmacht . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Angebotsmonopol (Gewerkschaft)</b>	<b>4</b>
2.1	Der Fall ohne Marktmacht . . . . .	4
2.2	Der Fall mit Marktmacht . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Externalitäten: Pigou-Steuer</b>	<b>8</b>
3.1	Dezentrale Lösung . . . . .	8
3.1.1	Unternehmen . . . . .	8
3.1.2	Haushalt . . . . .	8
3.1.3	Gleichgewicht . . . . .	9
3.2	Sozialer Planer . . . . .	9

# 1 Nachfragemonopol (Monopson) auf dem Arbeitsmarkt

**Annahmen:** Nur eine Nachfragerin (eine Unternehmung) auf dem Arbeitsmarkt. Hier ist diese Unternehmung keine repräsentative Unternehmung, sie repräsentiert also nicht sehr viele kleine Unternehmungen. Entsprechend weiß sie, dass ihre Entscheidungen bezüglich eingestellter Arbeit Auswirkungen auf den Lohn haben. Auf dem Gütermarkt agiert die Unternehmung aber weiterhin als Preisnehmerin, zudem nimmt sie den gesamtgesellschaftlichen Konsum als gegeben an. Wir treffen diese Annahmen um Marktmacht auf einem (Faktor-) Markt zu studieren, ohne anzunehmen, dass es auf dem Gütermarkt ebenfalls ein Monopol gibt. Somit können wir die Effekte eines Nachfrage- und eines Angebotsmonopols (in Abschnitt 2) auf dem Arbeitsmarkt von denen eines Angebotsmonopols auf dem Gütermarkt trennen. Dies ist also eine Abkürzung für die Einbettung des monopolistischen Marktes in ein allgemeines Gleichgewicht. Zur Referenz berechnen wir aber zunächst das Gleichgewicht ohne Marktmacht, die Firma nimmt also in Unterabschnitt 1.1 den Lohn als gegeben hin. In Unterabschnitt 1.2 gelten dann die genannten Annahmen.

## 1.1 Der Fall ohne Marktmacht

Wir beginnen mit dem Problem der Unternehmung, wenn sie als Preisnehmerin agiert. Dies entspricht dem in Kapitel 2 betrachteten Fall:

$$\max_{L,Y} (PY - WL) \quad \text{unter der Bedingung} \quad Y = AL^\alpha.$$

Als Lagrange Problem:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= PY - WL - \lambda(Y - AL^\alpha) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= -W + \lambda A \alpha L^{\alpha-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} &= P - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= Y - AL = 0. \end{aligned}$$

Aus den ersten beiden Bedingungen erster Ordnung erhalten wir wie üblich die Gleichung Reallohn gleich Grenzprodukt:

$$\frac{W}{P} = \alpha AL^{\alpha-1} = \alpha \frac{Y}{L}. \quad (1)$$

Dies ist die (implizite) Arbeitsnachfrage, die man auch explizit durch Einsetzen der Produktionsfunktion und Auflösen nach  $L$  schreiben kann.

## 1.2 Der Fall mit Marktmacht

Der Monopsonist nimmt den Lohn in seinem Maximierungsproblem

$$\mathcal{L} = PY - WL - \lambda(Y - AL^\alpha)$$

nicht mehr als exogen gegeben an, sondern berücksichtigt, dass seine Entscheidungen diesen beeinflussen. D.h., er bezieht in seine Planungen mit ein, dass sich bei einer Verschiebung seiner

Arbeitsnachfrage der neue Lohn nicht konstant ist, sondern als Schnittpunkt seiner Nachfragekurve und der Arbeitsangebotskurve entsteht. Letztere erhält man von den Bedingungen erster Ordnung des Haushalts. Also setzen wir den Lohn  $W$  mithilfe der Bedingung erster Ordnung des Haushalts bezüglich Arbeit  $\Psi LC^\sigma = W/P$  (für eine Herleitung siehe nächster Abschnitt oder Kapitel 2) in die Zielfunktion der Unternehmung ein. Auflösen nach  $W$  gibt

$$W = LC^\sigma P\Psi. \quad (2)$$

Setzt man dies in die obige Lagrangefunktion, erhält man

$$\mathcal{L} = PY - \underbrace{LC^\sigma P\Psi L}_W - \lambda(Y - AL^\alpha).$$

Es ist zu beachten, dass die Unternehmung hier nur die Arbeitsangebotskurve in ihrer Entscheidung berücksichtigt—also den Zusammenhang zwischen  $W/P$  und  $L$ —aber wie oben erwähnt  $C$  als gegeben annimmt. Zwar ist im Modell  $Y = C$ , aber wir wollen hier den Effekt modellieren, wenn eine Unternehmung auf einem speziellen Arbeitsmarkt Nachfragemonopolist ist. Sie nimmt aber den gesamtgesellschaftlichen Konsum  $C$  weiterhin als gegeben an, auch wenn sie hier zur Vereinfachung die einzige Firma in der Ökonomie ist. Die Bedingungen erster Ordnung lauten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} &= P - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= -2LC^\sigma P\Psi + \lambda\alpha AL^{\alpha-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= Y - AL^\alpha = 0. \end{aligned}$$

Die ersten beiden Bedingungen ergeben

$$2LC^\sigma P\Psi = P\alpha AL^{\alpha-1}$$

oder, gekürzt und umgestellt:

$$LC^\sigma \Psi = \frac{1}{2}\alpha AL^{\alpha-1}.$$

Nochmaliges Einsetzen der Bedingung erster Ordnung des Haushalts bezüglich Arbeit (2), also der Arbeitsangebotskurve, ergibt

$$\frac{W}{P} = \frac{1}{2}\alpha AL^{\alpha-1} < \underbrace{\alpha AL^{\alpha-1}}_{\text{Grenzprodukt}}.$$

Der Reallohn entspricht also nicht mehr dem Grenzprodukt, wie es im Fall ohne Marktmacht war, vergleiche Gleichung (2) mit (1). Vielmehr ist er gleich 1/2 mal Grenzprodukt, wobei man den Faktor 1/2 als Lohnabschlag oder Monopsonabschlag (Abschlag engl.: *Markdown*) bezeichnen kann. Der Nachfragemonopolist nutzt also seine Marktmacht aus, um einen niedrigeren Lohn zu zahlen.

Intuitiv passiert hierbei das Folgende: der Monopsonist weiß, dass eine erhöhte Arbeitsnachfrage seinerseits alle Löhne auf "seinem" Arbeitsmarkt erhöht. Wenn er nun eine weitere Arbeiterin einstellen würde, sähe er sich entsprechend höheren Lohnkosten im Bezug auf alle – nicht nur der zuletzt hinzugenommenen – Arbeiterinnen gegenüber, weil er jeder Arbeiterin den gleichen Lohn



mit den Bedingungen erster Ordnung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} &= C^{-\sigma} - \lambda P = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= -\Psi L + \lambda W = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= PC - WL - \Pi = 0.\end{aligned}$$

Die ersten beiden Bedingungen ergeben, wie üblich,

$$\Psi L = C^{-\sigma} \frac{W}{P}.$$

Wenn man den Konsum mit der letzten Bedingung erster Ordnung (der Budgetbeschränkung) ersetzt, erhält man

$$\Psi L = \left( \frac{W}{P} L + \frac{\Pi}{P} \right)^{-\sigma} \frac{W}{P}. \quad (3)$$

Berechnen wir als nächstes die gleichgewichtige Beschäftigung. Hierzu nehmen wir von der Seite der Unternehmen

1. Die Arbeitsnachfrage:  $W/P = \alpha AL^{\alpha-1} = \alpha Y/L$ . Für eine Herleitung siehe den vorhergehenden Abschnitt.
2. Die (realen) Gewinne:  $\Pi/P = (1 - \alpha)Y$ . Die (nominalen) Gewinne sind  $\Pi = PY - WL$ . Zusammen mit der Arbeitsnachfrage aus dem vorherigen Abschnitt  $W/P = \alpha Y/L$  erhalten wir  $\Pi = PY - \alpha Y P = PY(1 - \alpha)$ .

Wir können Gleichung (3) somit schreiben (unter mehrmaliger Zuhilfenahme der Produktionsfunktion und der Arbeitsnachfrage) als

$$\begin{aligned}\Psi L &= (\alpha AL^{\alpha-1} \times L + (1 - \alpha)Y)^{-\sigma} \frac{W}{P} \\ \Leftrightarrow \Psi L &= Y^{-\sigma} \alpha \frac{Y}{L} \\ \Leftrightarrow L^2 &= \alpha \frac{1}{\Psi} Y^{1-\sigma} = \alpha \frac{1}{\Psi} (AL^\alpha)^{1-\sigma} \\ \Leftrightarrow L^{2+\alpha(\sigma-1)} &= \alpha \frac{1}{\Psi} A^{1-\sigma}.\end{aligned}$$

Der gleichgewichtige Arbeitseinsatz (in Abhängigkeit von Parametern und exogenen Variablen) ist somit gegeben als

$$L = \left( \alpha \frac{1}{\Psi} \right)^{\frac{1}{2+\alpha(\sigma-1)}} A^{\frac{1-\sigma}{2+\alpha(\sigma-1)}}.$$

## 2.2 Der Fall mit Marktmacht

Die Lagrangefunktion lautet hier wie oben

$$\mathcal{L} = \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{\Psi}{2} L^2 - \lambda (PC - WL - \Pi),$$

nur betrachtet die Gewerkschaft (bzw. der Haushalt) den Lohn nicht mehr als gegeben, sondern berücksichtigt, dass der Lohn durch den Schnittpunkt der Arbeitsangebots- und -nachfragekurve zustande kommt. D.h. die Gewerkschaft weiß, dass sie groß genug ist, um durch einen veränderten Arbeitseinsatz den Lohn zu beeinflussen. In der Lagrangefunktion ersetzen wir also den Lohn mit der Arbeitsnachfragekurve  $W = P\alpha AL^{\alpha-1}$  (aus den Bedingungen erster Ordnung der Unternehmung):

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{\Psi}{2}L^2 - \lambda \left( PC - \underbrace{P\alpha AL^{\alpha-1}L}_W - \Pi \right) \\ &= \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{\Psi}{2}L^2 - \lambda (PC - P\alpha AL^\alpha - \Pi).\end{aligned}$$

Ableiten ergibt

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} &= C^{-\sigma} - P\lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} &= -\Psi L + \underbrace{\lambda P}_{=C^{-\sigma}} A\alpha L^{\alpha-1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= C - \underbrace{A\alpha L^{\alpha-1}L}_{W/P} - \frac{\Pi}{P} = 0.\end{aligned}$$

Aus den ersten beiden Bedingungen erster Ordnung erhalten wir

$$\begin{aligned}\Psi L &= \lambda A\alpha L^{\alpha-1} \\ \Leftrightarrow \Psi L &= C^{-\sigma} A\alpha^2 L^{\alpha-1} \\ \Leftrightarrow \Psi L &= C^{-\sigma} \alpha \frac{W}{P}.\end{aligned}$$

Mit der dritten Bedingung erster Ordnung können wir das Arbeitsangebot implizit schreiben als

$$\left( \frac{W}{P}L + \frac{\Pi}{P} \right)^{-\sigma} \alpha = \Psi L \frac{P}{W}. \quad (4)$$

Berechnen wir als nächstes wieder die gleichgewichtige Beschäftigung. Hierzu nehmen wir von der Seite der Unternehmen, wie oben:

1. Die Arbeitsnachfrage:  $W/P = \alpha AL^{\alpha-1} = \alpha Y/L$ . Für eine Herleitung siehe den vorhergehenden Abschnitt.
2. Die (realen) Gewinne:  $\Pi/P = (1-\alpha)Y$ . Die (nominalen) Gewinne sind  $\Pi = PY - WL$ . Zusammen mit der Arbeitsnachfrage aus dem vorherigen Abschnitt  $W/P = \alpha Y/L$  erhalten wir  $\Pi = PY - \alpha YP = PY(1-\alpha)$ .

Wir können Gleichung (4) also umschreiben zu

$$\Psi L \frac{P}{W} = \left( \frac{W}{P}L + \frac{\Pi}{P} \right)^{-\sigma} \alpha$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \Psi L \frac{P}{W} &= \left( \alpha \frac{Y}{L} L + (1 - \alpha) Y \right)^{-\sigma} \alpha \\ \Leftrightarrow \Psi L \frac{P}{W} &= Y^{-\sigma} \alpha = \Psi L \frac{P}{W} \\ \Leftrightarrow \Psi L^2 &= Y^{1-\sigma} \alpha^2. \end{aligned}$$

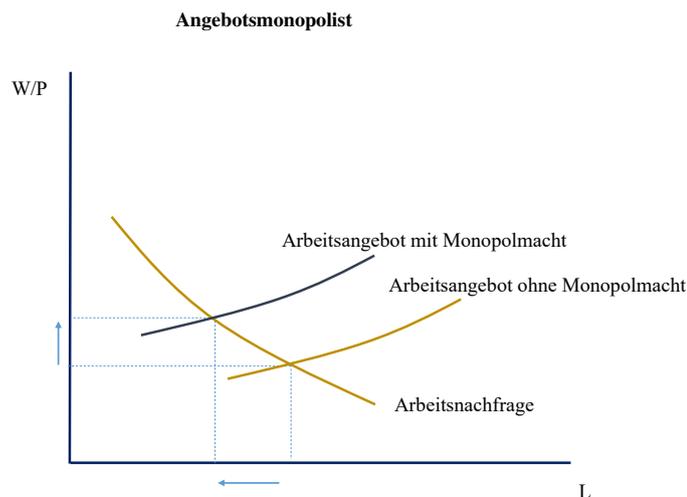
Mit der Produktionsfunktion  $Y = AL^\alpha$  erhalten wir

$$\begin{aligned} A^{1-\sigma} L^{\alpha(1-\sigma)} \alpha^2 &= \Psi L^2 \\ \Leftrightarrow A^{1-\sigma} \alpha^2 &= \Psi L^{2+\alpha(\sigma-1)}, \end{aligned}$$

so dass die gleichgewichtige Beschäftigung gegeben ist mit

$$L_{(\text{Mit Marktmacht})} = A^{\frac{1-\sigma}{2+\alpha(\sigma-1)}} \left( \alpha^2 \frac{1}{\Psi} \right)^{\frac{1}{2+\alpha(\sigma-1)}} < \left( \alpha \frac{1}{\Psi} \right)^{\frac{1}{2+\alpha(\sigma-1)}} A^{\frac{1-\sigma}{2+\alpha(\sigma-1)}} = L_{(\text{Ohne Marktmacht})}.$$

Merke: hier gilt die strikte Ungleichheit  $\alpha < 1$ .



Die Marktmacht des Haushalts (der Gewerkschaft) führt hier zwar einerseits, wie erwartet, zu einem höheren Lohn, andererseits aber auch zu einer niedrigeren Beschäftigung. Intuitiv passiert hier das Folgende. Die Gewerkschaft weiß, dass sie – aufgrund ihrer Größe – mit ihren Entscheidungen bezüglich des Arbeitseinsatzes den Lohnsatz auf dem Arbeitsmarkt beeinflusst. Dies ist bei einer Einzelperson nicht der Fall, da ihr Arbeitsangebot dafür einen zu geringen Umfang hat. Die Gewerkschaft berücksichtigt also, dass ein etwas erhöhter Arbeitseinsatz den Lohn für alle bisher geleisteten Arbeitsstunden drückt. Entsprechend setzt sie ein verringertes Arbeitsangebot durch, bei dem das Grenzleid der Arbeit kleiner ist als der Grenznutzen multipliziert mit dem Reallohn (also nicht wie in der Situation ohne Marktmacht). Eine solche Verringerung kann über zwei Kanäle erfolgen: den intensiven Rand (engl. *intensive margin*) und/oder den extensiven Rand (engl. *extensive margin*). In der (Arbeitsmarktökonomik-) Literatur wird zwischen diesen beiden „Rändern“ unterschieden. Die Entscheidung am **extensiven** Rand ist diejenige Entscheidung, ob jemand arbeitet oder nicht. Am **intensiven** Rand hingegen wird darüber entschieden, wie viel jemand arbeitet.

Hier im Modell mit einem Haushalt läuft dies zwangsläufig über den intensiven Rand, also über eine Verringerung der Arbeitszeit. Das ist hier aber äquivalent zu einer Situation, in der eine Gewerkschaft das Arbeitsangebot auch am extensiven Rand verringert, d.h. es würden weniger Menschen arbeiten. Zusammenfassend: bei vielen kleinen Arbeitsanbietern berücksichtigen diese einzelnen Anbieter die pekuniären Externalitäten auf andere Anbieter nicht, ein Angebotsmonopolist internalisiert diese. Wichtig ist hier, dass  $\alpha < 1$ . Ansonsten wäre das Grenzprodukt (entspricht der Arbeitsnachfrage) und somit der Lohn konstant, sodass die Internalisierung keine Rolle spielen würde.

### 3 Externalitäten: Pigou-Steuer

Hier führen wir in die Modellerweiterung zu Produktionsexternalitäten aus Kapitel 3 eine Pigou-Steuer ein. Das heißt, der Modellaufbau ist wie in Abschnitt 1 des Dokuments „Kapitel 3 Berechnungen“, aber mit einer Steuer oder Subvention, die die Firma bezahlen muss.

#### 3.1 Dezentrale Lösung

##### 3.1.1 Unternehmen

Firma  $Q$  nimmt die Aktivitäten von  $R$  als gegeben an (und umgekehrt). Sie muss aber eine Steuer  $t$  zahlen (falls  $t < 0$ ), bzw. sie erhält eine Subvention (falls  $t > 0$ ) pro hergestellter Einheit. Dabei gibt die Produktionsfunktion  $AL_i$  die hergestellten Einheiten an.  $PAL_i$  ist der Wert in Euro dieser Produktion und  $tPAL_i$  also die zu bezahlende Steuer/zu erhaltende Subvention. Gewinnmaximierung am Beispiel  $Q$ :

$$\begin{aligned}\Pi_Q &= PQ - WL_Q + tPAL_Q \\ &= P(AL_Q + \nu L_R) - WL_Q + tPAL_Q.\end{aligned}$$

Die Gewinnmaximierung führt zu

$$\begin{aligned}\frac{d\Pi_Q}{dL_Q} &= PA - W + tPA = 0 \\ \Leftrightarrow A(1+t) &= \frac{W}{P}.\end{aligned}$$

Dies ist die (implizite) Arbeitsnachfrage. Sie kann durch die Steuer/Subvention verändert werden.

##### 3.1.2 Haushalt

Das Problem des Haushalts ist unverändert:

$$\mathcal{L} = u(C, L_Q, L_R) - \lambda(PC - WL_Q - WL_R - \Pi)$$

mit der Nutzenfunktion

$$u = \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{\Psi}{2}L^2 \quad \text{mit } \sigma > 0 \text{ und } L > 0.$$

Somit sind auch die Bedingungen erster Ordnung (BEO) wie im Grundmodell:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} &= \frac{\partial u}{\partial C} - \lambda P = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_Q} &= \frac{\partial u}{\partial L_Q} + \lambda W = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_R} &= \frac{\partial u}{\partial L_R} + \lambda W = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= PC - WL - \Pi = 0.\end{aligned}$$

Wegen der zweiten und dritten BEO gilt  $\partial u / \partial L_Q = \partial u / \partial L_R = \partial u / \partial L$  und es ergibt sich, nach Ersetzen des Lagrange Multiplikators durch die erste BEO,

$$\frac{W}{P} = \frac{\Psi L}{C^{-\sigma}} = \frac{-\partial u / \partial L}{\partial u / \partial C}.$$

### 3.1.3 Gleichgewicht

Im Gleichgewicht gilt also

$$A(1+t) = \frac{\Psi L}{C^{-\sigma}} = \frac{-\partial u / \partial L}{\partial u / \partial C}.$$

## 3.2 Sozialer Planer

In dem Maximierungsproblem des sozialen Planers werden die Externalitäten berücksichtigt:

$$\mathcal{L} = u(C, L_Q, L_R) - \lambda(C - AL_R - \nu AL_Q - AL_Q - \nu AL_R).$$

Die Bedingungen erster Ordnung sind:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C} &= \frac{\partial u}{\partial C} - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_Q} &= \frac{\partial u}{\partial L_Q} - \lambda(-\nu A - A) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_R} &= \frac{\partial u}{\partial L_R} - \lambda(-\nu A - A) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= C - AL_R - \nu AL_Q - AL_Q - \nu AL_R = 0\end{aligned}$$

und somit (unter Berücksichtigung von  $L = L_Q + L_R$ )

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial L_Q} &= \frac{\partial u}{\partial L_R} = \frac{\partial u}{\partial L} = -\lambda A(1+\nu) = -\frac{\partial u}{\partial C} A(1+\nu) \\ &\rightarrow \frac{-\partial u / \partial L}{\partial u / \partial C} = \frac{\Psi L}{C^{-\sigma}} = A(1+\nu).\end{aligned}$$

Also kann durch die Wahl von  $t = \nu$ , d.h. die zu zahlende Steuer  $t$  pro Einheit muss der Externalität  $\nu$  pro Einheit entsprechen, die Lösung des sozialen Planers im dezentralen Gleichgewicht implementiert werden. Die Firmen werden somit durch die Steuer gezwungen, die Externalität zu internalisieren.